Chapitre 1 Cinématique et dynamique newtoniennes

Pré requis :

Seconde : référentiels terrestre, géocentrique, héliocentrique, modélisation de l'action mécanique(interaction gravitationnelle : sens ; direction ,norme d'un vecteur), 1 ère et 3ème loi de Newton

Compétences :

- Choisir un référentiel d'étude.
- Définir et reconnaître des mouvements (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément varié, circulaire uniforme, circulaire non uniforme) et donner dans chaque cas les caractéristiques du vecteur accélération.
- Définir la quantité de mouvement d'un point matériel.
- Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en oeuvre pour étudier des mouvements dans des champs de pesanteur et électrostatique uniformes.
- Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour étudier un mouvement.
- Mettre en oeuvre une démarche expérimentale pour interpréter un mode de propulsion par réaction à l'aide d'un bilan qualitatif de quantité de mouvement.

I. Etude cinématique

La **cinématique** est l'étude du mouvement indépendamment des causes qui le provoquent.

a) Référentiel et repère

Le référentiel est un solide de référence par rapport auquel on étudie le mouvement d'un point.

A chaque référentiel est associé :

- un repère d'espace pour quantifier la position
- un repère de temps pour associer une date à chaque position.

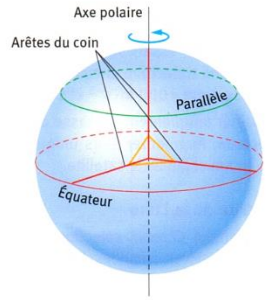
A noter :

Ne pas confondre le **référentiel terrestre** immobile à la surface de la Terre (*ex* : arbre) et le **référentiel géocentrique** placé au centre de la Terre.

Quelques référentiels souvent utilisés :

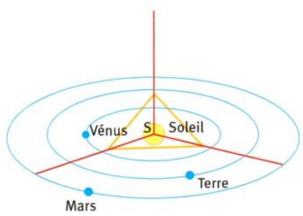
Référentiel terrestre : c'est lorsqu'on décrit un mouvement par rapport à la Terre. L'objet de référence est le sol de la Terre.

Référentiel géocentrique : c'est un référentiel avec pour centre le centre de la Terre, et pour axes des étoiles lointaines. Il est utilisé pour décrire le mouvement des satellites.



⇩ *Figure 1*

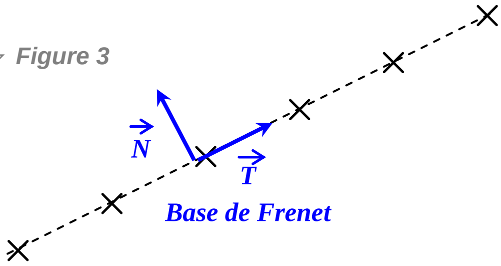
Référentiel héliocentrique : on utilise le centre du Soleil comme référentiel (objet de référence). On utilise ce référentiel pour décrire le mouvement des planètes.



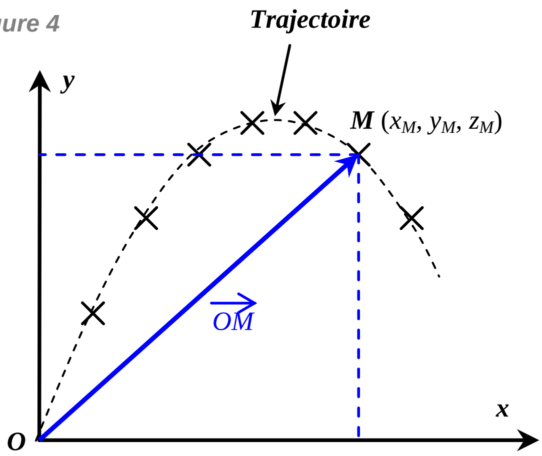
⇩ *Figure 2*

repères :
repère cartésien (o,i,j,k) avec pour origine O fixe et pour vecteurs unitaires (i,j,k) constants.
Repère de Frenet avec pour origine le point en mouvement. Ses vecteurs unitaires sont uT tangent à la trajectoire et dans le sens du mouvement et uN perpendiculaire à uT et vers l'intérieur de la trajectoire.

⇩ *Figure 3*



⇩ *Figure 4*



b) Vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$

La position d'un mobile M dans un repère $(O,\ \vec{i},\vec{j},\vec{k})$ est donnée par son **vecteur position** $\overrightarrow{OM}$:

$$\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M - x_0 \\ y_M - y_0 \\ z_M - z_0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{OM}\begin{pmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = x_M\ \vec{i} + y_M\ \vec{j} + z_M\ \vec{k}$$

L'ensemble des points occupés successivement par le mobile *M* au cours du temps est appelé trajectoire.

Lorsqu'un mobile se déplace sur sa trajectoire, sa position change au cours du temps. A chaque position $\overrightarrow{OM}$ est donc associée une date t.
La position étant donc fonction du temps, on la notera : $\overrightarrow{OM}(t)$

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$ avec $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ des fonctions qui dépendent du temps t.

c) Vecteur vitesse

Une variation du vecteur position entraine l'existence d'un vecteur vitesse.

Caractéristiques :
- **Direction : tangente à la trajectoire**
- **Sens : celui de la trajectoire**
- **Valeur : v vitesse instantanée en M**

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

v en $m{\cdot}s^{-1}$
OM en m
t en s

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur vitesse instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur position.

$$\vec{v} = v_x\ \vec{i} + v_y\ \vec{j} + v_z\ \vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

Notation : $v_x = \dot{x} = \dfrac{d\,x}{dt}$ - $v_y = \dot{y} = \dfrac{d\,y}{dt}$ - $v_z = \dot{z} = \dfrac{d\,z}{dt}$

La valeur de la vitesse à une date donnée est égale à la norme du vecteur : $\boxed{\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}}}$

Exercice :

La position d'un mobile *M* au cours du temps est donnée par le vecteur : $\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = 2t - 1 \\ y(t) = -5t^2 + 10t + 2 \\ z(t) = 0 \end{pmatrix}$

a) Pourquoi peut-on parler d'un mouvement plan ?
b) Déterminer l'expression du vecteur vitesse du mobile en fonction du temps.

Graphiquement, sur un relevé de position, le vecteur vitesse en un point est une moyenne de la vitesse entre le point précédent et le point suivant. Ce vecteur est porté par la tangente à la trajectoire et est orienté dans le sens du mouvement.

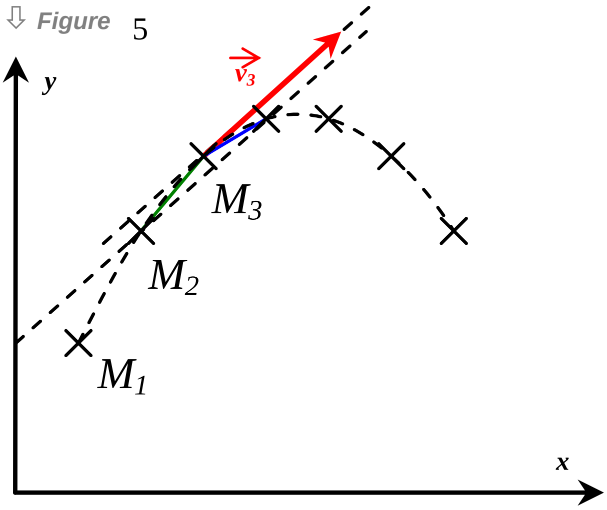
$$\vec{v} = \frac{\text{variation position}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM}}{\Delta t}$$

$$\overrightarrow{v_3} = \frac{\overrightarrow{OM_4} - \overrightarrow{OM_2}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{OM_4} + \overrightarrow{M_2O}}{t_4 - t_2} = \frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{2\tau}$$

A noter :

La durée constante entre deux positions successives du mobile sur un relevé est notée ici τ.

Figure 5



Méthode de tracé du vecteur vitesse $\vec{v_3}$:

1) Mesurer les segments M_2M_3 et M_3M_4
2) Calculer la norme du vecteur :
$$\left\|\overrightarrow{v_3}\right\| = v_3 = \frac{M_2M_3 + M_3M_4}{2\,\tau}$$
3) Tracer ce vecteur sur le relevé.

c) Vecteur accélération

Le vecteur accélération caractérise la variation du vecteur vitesse en fonction du temps.

Dans un référentiel donné, à chaque instant, le vecteur accélération instantanée d'un mobile *M* est la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse.

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\,\vec{v}}{dt}}$$

a en $m{\cdot}s^{-2}$
v en $m{\cdot}s^{-1}$
t en *s*

$$\vec{a} = a_x\,\vec{i} + a_y\,\vec{j} + a_z\,\vec{k} = \dot{v}_x\,\vec{i} + \dot{v}_y\,\vec{j} + \dot{v}_z\,\vec{k}$$

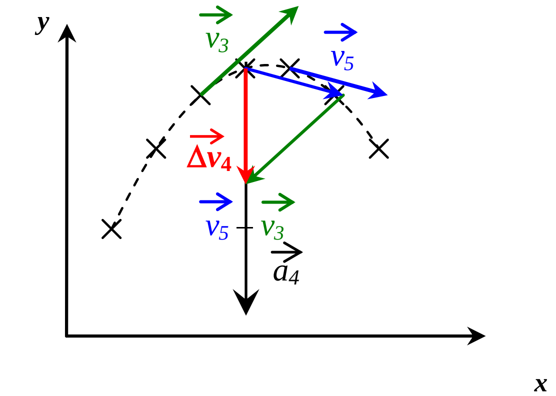
Notation : $a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} = \frac{d\,v_x}{dt} = \frac{d^2\,x}{dt^2}$ - De même pour a_y et a_z

Graphiquement, sur un relevé de position, pour tracer le vecteur accélération en un point, il faut au préalable tracer le vecteur « variation de vitesse » noté $\Delta\vec{v}$.

$$\vec{a} = \frac{\text{variation vitesse}}{\text{variation temps}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\overrightarrow{a_4} = \frac{\overrightarrow{\Delta v_4}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}}{2\tau}$$

⇩ *Figure 4*



Méthode de tracé du vecteur accélération $\vec{a_4}$:

1) Tracer le vecteur vitesse en M_3 et celui en M_5.
2) Construire en partant de M_4 le vecteur : $\overrightarrow{\Delta v} = \overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}$
3) Calculer la norme de l'accélération grâce à la formule :

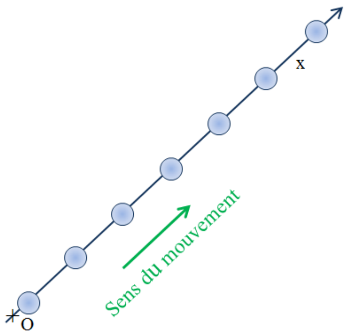
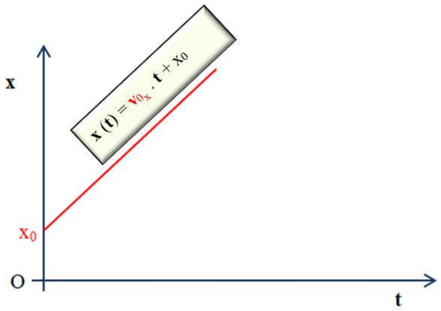
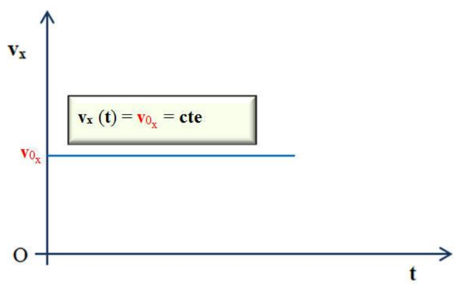
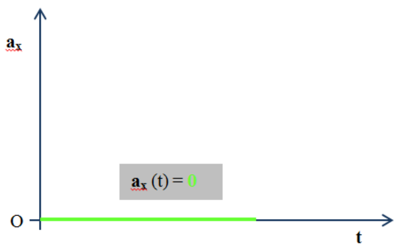
$$a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\,\tau}$$

4) Tracer ce vecteur accélération dans le même sens et la même direction que $\overrightarrow{\Delta v_4}$ en tenant compte de l'échelle.

II. Le mouvement

a) Le mouvement rectiligne uniforme.

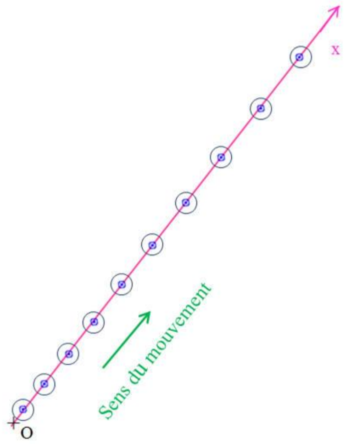
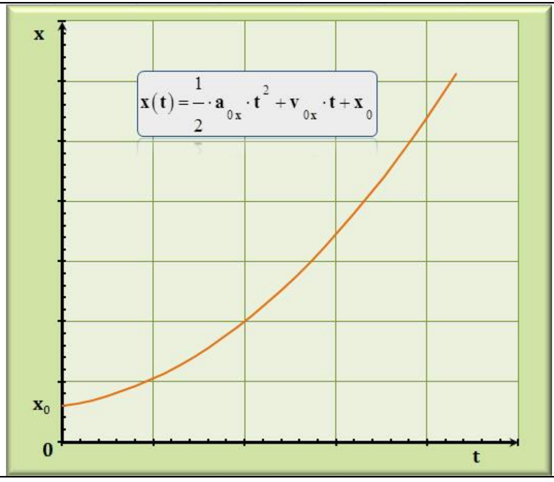
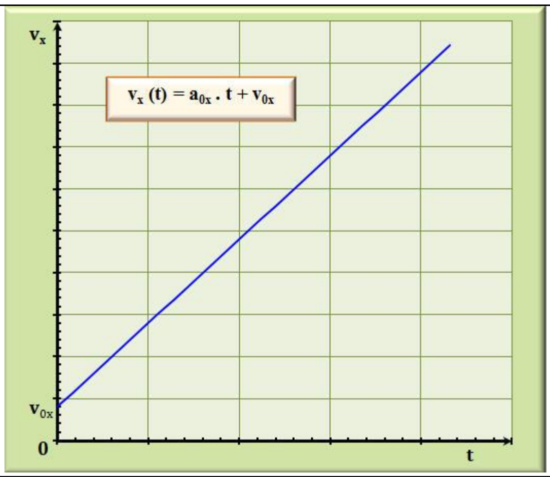
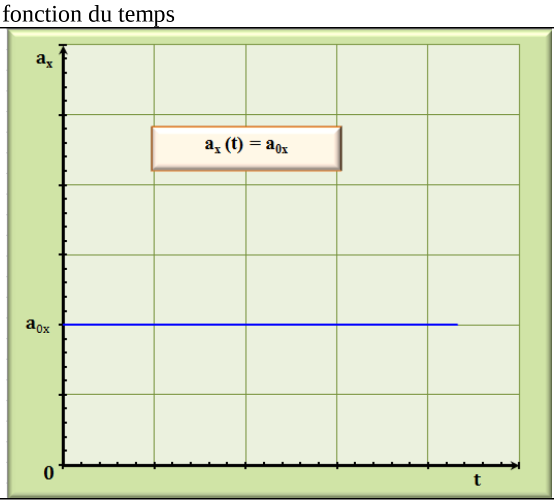
Dans un référentiel donné, un système est animé d'un mouvement rectiligne uniforme si son vecteur vitesse a toujours même direction, même sens et même valeur. Son vecteur vitesse est un vecteur constant au cours du temps, son vecteur accélération est un vecteur nul.

	
Chronophotographie d'un mouvement rectiligne	Représentation graphique de la coordonnée **x** de la position en fonction du temps Le coefficient directeur de la portion de droite tracée est égal à la valeur de la vitesse **v** du mobile.
	
Représentation graphique de la coordonnée v_x de la vitesse en fonction du temps	Représentation graphique de l'accélération **ax** en fonction du temps

	Vecteur position	Vecteur vitesse	Vecteur accélération
	$\overrightarrow{OM}$	$\overrightarrow{v_M} = \overrightarrow{cte}$	$\overrightarrow{a_M} = \vec{0}$
Équations horaires	$x(t) = v_{0x} \cdot t + x_0$	$v_x(t) = v_{0x}$	$a_x(t) = 0$

b) Les mouvements rectilignes uniformément variés.

Dans un référentiel donné, un système est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié si son vecteur accélération a toujours la même direction, la même valeur.
Si le mouvement est accéléré, a est dans le même sens que le mouvement.
Si le mouvement est ralenti, a est dans le sens opposé au mouvement.

		
	Chronophotographie du mouvement	Représentation graphique de la coordonnée **x** de la position en fonction du temps
		
	Représentation graphique de la coordonnée v_x de la vitesse en fonction du temps	Représentation graphique de l'accélération a_x en fonction du temps

Les équations horaires :

	Vecteur position	Vecteur vitesse	Vecteur accélération
	$\overrightarrow{OM}$	$\overrightarrow{v_M}$	$\overrightarrow{a_M} = \overrightarrow{cte}$
Équations horaires		$v_x (t) = a_{0x} . t + v_{0x}$	$a_x (t) = a_{0x}$

c) Les mouvements circulaires uniformes.

Dans un référentiel donné, un système est animé d'un mouvement circulaire uniforme si sa trajectoire est une portion de cercle de rayon **R** et si la valeur de sa vitesse **v** est constante.

Dans le repère de Frenet, il s'écrit : $\vec{v} = v \times \vec{U_t}$
Son vecteur accélération est porté par le rayon de la trajectoire et est orienté vers le centre du cercle de rayon R. Sa valeur est constante.

Dans le repère de Frenet, il s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{Un}$

III. Les lois de Newton

a) Première loi

Principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé est en mouvement rectiligne et uniforme ou au repos. Soit un système de vitesse v soumis à des forces extérieures de somme $\sum\overrightarrow{F\ ext}$. La première loi de Newton peut s'énoncer ainsi : $\sum\overrightarrow{F\ ext} = \vec{0}$, $\vec{V}$ est constant dans un référentiel galiléen.

Un référentiel est dit galiléen si le principe de l'inertie y est vérifié.

b) Vecteur quantité de mouvement

Le vecteur « quantité de mouvement » $\vec{p}$ d'un point matériel est égal au produit de sa masse *m* par son vecteur vitesse $\vec{v}$:

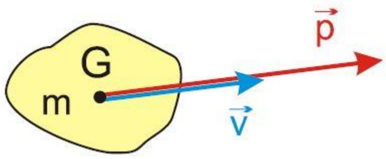
$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

m en *kg*
v en *m·s⁻¹*
p en *kg·m·s⁻¹*

A noter :

Le vecteur quantité de mouvement et le vecteur vitesse ont toujours même sens et même direction.

Figure 5 ⇨

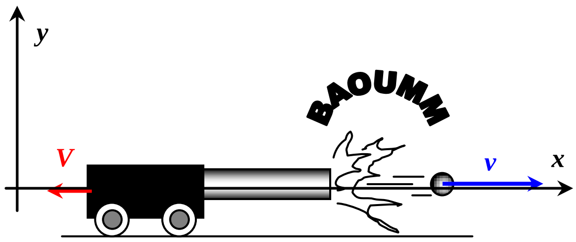


A chaque instant, le vecteur quantité de mouvement d'un système constitué de *n* points matériels est égal à la somme des vecteurs quantité de mouvement de chaque point matériel.

$$\boxed{\vec{p}_{système} = \overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} + \ldots + \overrightarrow{p_n} = \sum_{1}^{n}\overrightarrow{p_i}}$$

Questions :

Considérons un système {***canon-boulet***} initialement au repos. Le canon monté sur roues tire à l'horizontale.
La masse du canon est *M* = 2,5 *t*. La masse du boulet est de *m* = 25 *kg*.
Avant le tir, le système est immobile dans le référentiel terrestre.
Juste après le tir, la vitesse du boulet à la sortie du canon vaut *v* = 540 *km/h* et la vitesse de recul du canon est *V* = 1,5 *m/s.*



a) Que vaut la quantité de mouvement du système avant le tir ?
b) Que peut-on alors dire du système ?
c) Déterminer la quantité du mouvement du système juste après le tir.
d) Conclure

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé est un vecteur constant.

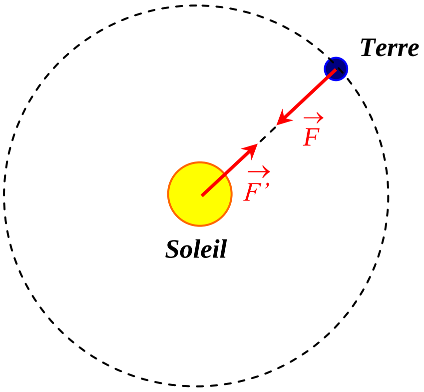
c) Deuxième loi

Principe fondamentale de la dynamique

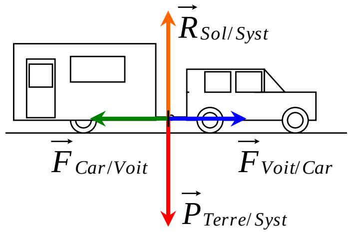
Dans un référentiel galiléen, si un objet ponctuel est soumis à des forces extérieures, alors le vecteur « somme des forces » $\Sigma\vec{F}$ est égal à la dérivée par rapport au temps de son vecteur « quantité de mouvement » $\vec{p}$:

$$\boxed{\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

A noter :
Seules les forces exercées **par l'extérieur sur le système** étudié sont à prendre en compte dans le bilan des forces.



⇦ ⇩ *Figure 6*



Questions :

1) On considère le système {***Terre***}. D'après la figure 6, déterminer la direction et le sens du vecteur quantité de mouvement de la Terre.
2) On considère le système {***voiture + caravane***} de la figure 6.
Parmi les forces représentées, déterminer celles que l'on appelle des forces extérieures. Justifier.

d) Troisième loi

Principe des actions réciproques

Si un système A exerce sur un système B une force $\vec{F}_{A/B}$ alors le système B exerce sur le système A une force $\vec{F}_{B/A}$ telle que :

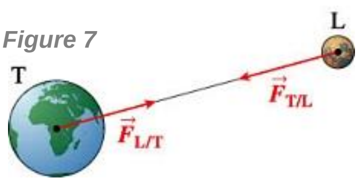
$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$$

A noter :

Ces deux forces ont donc **même direction** et **même intensité** mais sont de **sens opposés**.

Exemple :

⇩ *Figure 7*



La force exercée par la Terre sur la Lune a même direction et même intensité que la force exercée par la Lune sur la Terre.

$$F_{T/L} = F_{L/T} = G \cdot \frac{M_L \cdot M_T}{d_{T-L}^{\ 2}}$$

Par contre ces deux forces sont de sens opposés.

Rappels sur les forces:
_ force gravitationnelle
_ force électrique appelée force de coulomb (F= k qq'/ d2 u)
_ force de contact entre solides : réaction normale, réaction tangentielle
_ forces exercées par les fluides : poussée d'archimède (verticale et orientée vers le haut, souvent négligée pour les objets lourds dans l'air, Π= ρV g) force de frottement fluide (notée f) traduit la résistance du fluide au mouvement du système.
_ force exercée par un fil : tension du fil T : direction celle du fil, orientée de l'extrémité en contact avec le système vers l'extrémité opposée du fil.